PROGETTO INTERDISCIPLINARE

MATEMATICA, ITALIANO e STORIA

CHE COSA È LA MATEMATICA?

DA CARTESIO A GALOIS
DALLO STATO BORGHESE ALLA RIVOLUZIONE FRANCESE

prof. Federico Greco

I.T.G. Casimiri, Gualdo Tadino

RENÉE DESCARTES

CARTESIO (La Haye, Turenna 1596 - Stoccolma 1650)

Soldato di professione, filosofo e matematico per passione
Morto a Stoccolma per il freddo e per gli ordini della regina.

Bisogna dubitare di tutto, [cfr. *Mondi letterari*, vol. 2A, pag. 27]

> *Io prendevo gusto sopra tutto alle matematiche a cagione della certezza e dell'evidenza delle loro ragioni; ma non ne coglievo ancora il vero uso e [...] mi stupivo che, essendo i loro fondamenti così stabili e solidi, non si fosse costruito su di essi niente di più elevato. [...]*
> *Non dirò altro della filosofia se non che, vedendo ch'essa è stata coltivata dai più eccellenti ingegni che siano mai esistiti da molti secoli e che tuttavia non contiene nulla di cui non si disputi e che pertanto non sia dubbio, non avevo tanta presunzione di sperare di riuscirvi meglio degli altri. [...]*
> *Siccome io desideravo attendere alla ricerca della* ***verità****, pensai [...] di dover respingere [...] tutto ciò in cui immaginassi il minimo dubbio.*

QUADRO STORICO

- L'Umanesimo prima ed il Rinascimento poi avevano posto l'uomo al centro delle speculazioni filosofiche: l'uomo nella sua individualità e non come facente parte di un tessuto sociale, come avverrà dal XVII sec. in poi.
- C'è **unità** tra pensiero scientifico e pensiero filosofico, in quanto entrambi prodotti dall'uomo. Lo scienziato è anche filosofo e viceversa. Visione unitaria continuerà per tutto il '700.
- Non esiste scienziato o filosofo di professione. Diffusione della cultura è riservata alle Corti, alle Signorie, ai centri nobiliari di potere politico.

COGITO ERGO SUM

Obiettivo della filosofia in genere e di Cartesio, in particolare, è la **ricerca della verità**, non intesa come ricerca del senso ultimo delle cose, ma come tentativo l'adeguare l'idea umana all'idea vera.

Per cercare la **verità** bisogna respingere tutto ciò che è dubbio.
Il fatto che IO possa pensare e dubitare è l'unica certezza.
Penso, dunque sono

Attraverso il pensiero posso fare ragionamenti, dedurre, inferire ciò che è vero.

Cartesio fonda la sua filosofia sul **METODO DELL'EVIDENZA**,
il metodo di ragionare deduttivo che prende in prestito dalla matematica.

Nasce la filosofia razionalista.

Matematiche e filosofia sono accomunate dallo stesso metodo di indagine. [Unità delle scienze]

In appendice alla prima edizione del Discorso sul Metodo Cartesio inserisce tre trattati di interesse matematico:

- La Geometria, primo trattato di geometria analitica
- La Diottrica, trattato di ottica geometrica
- Le Meteore, trattato di astronomia

Ma che cosa è esattamente la **matematica** per Cartesio?

Una matematica senza numeri da *Regole per la guida dell'intelligenza* [cfr. *Mondi letterari*, vol. 2A, pag. 36]

> *[La geometria, l'aritmetica,] l'astronomia, la musica, l'ottica, la meccanica e parecchie altre si dicono parti della matematica[...]*
>
> *Si riferiscono alla matematica soltanto tutte quelle cose nelle quali si esamina l'ordine o la misura e che non ha interesse se tale misura debba essere ricercata nei numeri o nelle figure o negli astri o in qualsiasi altro oggetto; e perciò deve esserci una scienza generale che spieghi tutto ciò ed essa deve venir chiamata [...]* ***matematica universale***

Cosa caratterizza la matematica

E' costituita da tanti settori accomunati dal metodo di indagine, derivato dal metodo **deduttivo** (cfr. *Gli Elementi* di Euclide, III sec. a.C.), e da ciò che questo metodo si propone di esaminare e ottenere in ogni settore.
[Cartesio parla di ordine e misura]

La matematica, come la filosofia, ha come fine, **la ricerca della verità**.

Attraverso il metodo dell'evidenza Cartesio raggiunge la verità e dichiara Dio garante di questo metodo.
[Proprio Dio, la cui percezione era stata messa in dubbio come tutto il resto perché ottenibile per illuminazione e non per ragionamento]

Quali cambiamenti connessi all'affermazione del razionalismo si hanno nella società francese a partire dal secolo XVII?
Quali nello studio della matematica?

Fondamento del razionalismo

La ragione attraverso il metodo fa giungere alla verità. Dio è garante della verità e del metodo. Razionalmente posso dunque distinguere:

- il **vero** dal falso in tutte le discipline;
- ciò che è **buono**, **morale**, **giusto** da ciò che è cattivo, immorale, sbagliato;
- l'**utile** dal non utile o peggio dal socialmente pericoloso;
- il **sano** dal malato.

- Monarchia nel XVII sec. è ancora solida, ma la borghesia è in ascesa prima economica e poi politica.
  Spinta porterà alla prima fase della rivoluzione francese, non a caso connotata come rivoluzione borghese.

- Nascita delle istituzioni borghesi **esercito**, **scuola**, **università**, **ospedale**, **prigione** e dell'**industria**.
  Tutto organizzato razionalmente: scuola, università, esercito devono produrre persone disciplinate in grado di amministrare lo Stato o difenderlo; ospedali e prigioni servono a sorvegliare e disciplinare le persone pericolose o non adatte; l'industria deve produrre il massimo possibile attraverso l'organizzazione efficiente del lavoro.

- Il "quarto stato" non beneficia dei miglioramenti: non tutti hanno i diritti che il ceto borghese richiede e riconosce a se stesso.
  Da contadini al servizio dei nobili molti diventano operai nelle industrie.

- Operai lavorano tutto il tempo, i loro figli lavorano sin da piccoli: diventano *produttori a tempo pieno di ricchezze altrui*.
  La loro intera vita è a messa a valore all'interno delle strutture borghesi dello Stato.

Razionalismo e Matematica

Razionalismo prima e poi Illuminismo coincidono con uno **sviluppo** senza precedenti del pensiero scientifico, in generale, e matematico, in particolare. La matematica così come oggi la concepiamo nasce proprio nel XVII sec.

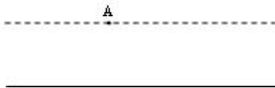
Principali novità

Nasce il matematico di professione [insegna in scuole e università non più esclusiva del clero] che risrcive in modo organico le proprie conoscenze e le altrui in ogni settore per poter meglio usare ragionamenti deduttivi

Con la ragione e con la scienza si pensa di **poter dimostrare tutto** e trovare anche tutte le verità matematiche. La matematica è un corpus ordinato.

Si crea un nuovo **STATUS QUO** nella società e nella matematica contro cui le spinte rivoluzionarie andranno a cozzare

V POSTULATO DI EUCLIDE

Per un punto esterno ad una retta data passa una sola parallela

Sin dal III sec. a.C. era rimasta irrisolta la questione se questo postulato fosse conseguenza dei primi quattro postulati.
[I: per due punti una sola retta; II: retta prolungabile all'infinito;
III: è possibile tracciare una circonferenza con centro e raggio qualsiasi;
IV: tutti gli angoli retti sono uguali]

Intermezzo: Giovanni Saccheri

Il matematico gesuita Giovanni Girolamo Saccheri (1667-1733) era convinto di aver risolto questo problema e di averne trovato una dimostrazione.

La sua dimostrazione era sbagliata, ma conteneva tanti risultati che sarebbero poi diventati teoremi di geometrie non euclidee.
[geometria non del piano, ma delle superfici curve come la sfera]

L'idea di poter dimostrare tutto ciò che sembra indubitabilmente vero conduce anche a clamorosi **errori**.
Ma questo suo sbaglio gli ha aperto le porte dell'immortalità matematica!

Évariste Galois

Galois (Bourg-la-Reine, 25 ottobre 1811 - Parigi, 31 maggio 1832)

Matematico e repubblicano
Morto (eliminato dalla polizia?) a 21 anni in duello

ÉVARISTE GALOIS

La notte prima di morire Galois scrive al suo amico Maurice Chevalier una lettera in cui riassume le sue scoperte matematiche

> *Mio caro amico ho fatto delle **nuove scoperte** nel campo dell'analisi [...] Sarebbe possibile scrivere tre memorie al riguardo. La prima è già scritta e, nonostante il giudizio critico di Poisson la giudico ancora valida. La seconda contiene alcune interessanti applicazioni. Questo è un sommario delle più importanti [...]*
> *Voi sapete che questi non sono i soli argomenti di cui mi sono occupato [...] Ma non ho tempo*
> *Nella mia vita mi sono spesso avventurato nell'avanzare proposizioni sulle quali ero incerto; ma è nel mio massimo interesse non essere sospettato di aver proposto teoremi per i quali non avevo una dimostrazione completa*
> *Vi sarà un giorno, lo spero, qualcuno che troverà utile mettere ordine a questa confusione.*

Évariste Galois

Galois è uno studente brillante, ma non ha una condotta 'conforme' ai regolamenti.

Finita la scuola, Galois è respinto due volte all'esame di accesso all'École Polytechnique perché non riesce a esporre le sue idee innovative in modo chiaro per i matematici della scuola [Poisson]

Nel 1830 Galois manda a Cauchy (uno dei padri dell'analisi matematica) i suoi nuovi lavori, ma il suo **manoscritto** viene **perso**...
Solo alla fine del XIX sec. l'importanza del lavoro di Galois verrà compresa.

Situazione politica

Dopo la caduta di Napoleone, la monarchia viene restaurata.
Nel 1830 moti di piazza portano all'insediamento del re **Luigi Filippo**
Il potere cambia volto ancora una volta negli ultimi 40 anni, ma rimane nelle mani di liberali e grandi borghesi.

Istanze che portarono alla seconda fase della rivoluzione francese, quella giacobina, rimangono presenti
Attivi numerosi movimenti che richiedono una maggiore partecipazione delle masse alla vita politica.
Molte proteste, manifestazioni e moti contro il nuovo status quo.

Galois è un attivista repubblicano. Va anche in carcere.

Nel 1832 muore in duello d'onore. Sono stati sollevati numerosi dubbi a riguardo: duello forse è stata una messinscena per eliminare una **persona socialmente pericolosa**

DIVERGENZE MATEMATICHE E NON SOLO

Cauchy (1789-1857), il grande matematico che 'perde' il manoscritto di Galois, anche politicamente ha idee diverse: è un monarchico convinto.

Rappresenta bene il nuovo status quo che si era creato nella matematica francese: molto legato alla tradizione pedagogica della École Polytechnique ed alla necessità di esporre con organicità e disciplina i risultati raggiunti

dal film *Non ho tempo* (1972) di Ansano Giannarelli

> *La* ***scienza*** *è opera dell'****uomo****, destinato più a studiare che a conoscere, più a* ***cercare la verità*** *che a trovarla.*
> *Una teoria nuova è la ricerca della verità più che la sua espressione. Se la si potesse dedurre regolarmente dalle già esistenti non sarebbe più nuova [...]*
>
> *Quando ci si riunirà per studiare, quando finalmente si sarà rinunciato al sistema distruttore della concorrenza, allora ci si affretterà a divulgare anche le più piccole scoperte, purché siano originali, e si aggiungerà "Non so il resto"*
> ***La matematica non è una serie di deduzioni****. Qualcuno può restare sbalordito perché questa affermazione va contro l'idea corrente che fa della matematica sinonimo di regolarità*

Évariste Galois e la matematica

Galois è ‘controtendenza’ anche nel modo di approcciarsi alla matematica:

- Secondo la tradizione cartesiana, la matematica è ordinata. Lui invece vi vede disordine e cerca un nuovo ordine che organizzi le cose. Un ordine però non definitivo.
  [**Concezione dinamica** del sapere, non statica]

- Galois e Cartesio legano entrambi la matematica alla ricerca della verità: Cartesio, però, afferma di averla raggiunta attraverso il metodo, Galois afferma che l’uomo sarà sempre destinato a cercarla e mai a trovarla

- Per agevolare la ricerca, Galois propone la **collaborazione**
  [un invito all’ Open Source ante litteram]

- Nel 1830 apre a Parigi una scuola di matematica aperta a tutti. Tutti sono in grado di capire la matematica e di far progredire la scienza.

La matematica, una definizione moderna

L'idea (o la presunzione) che, attraverso il metodo deduttivo, la matematica sia in grado di riconoscere gli enunciati veri da quelli falsi e, quindi, di dimostrare tutto **tramonta definitivamente** nel XX sec.

[Idea che comunque ha portato allo sviluppo della matematica come scienza]

Teorema di incompletezza di Gödel, 1937

Ci sono affermazioni riguardanti i numeri naturali che **non** possono essere né **provate**, **né smentite** all'interno del sistema dei numeri naturali

Come dire: esistono delle parole che, usando la lingua italiana, non posso provare se siano italiane oppure no.

La matematica, una definizione moderna

Il teorema di incompletezza ed altri risultati successivi che mettono in discussione la possibilità di risolvere EFFETTIVAMENTE alcuni problemi in tempo RAGIONEVOLE, non coincidono con la fine della matematica.
Anzi, la matematica ora che conosce i suoi limiti è **più viva** di allora.

Ma se la matematica non è dunque lo strumento per creare ordine e cercare la verità, come possiamo definirla in termini moderni?

Definizione del logico e divulgatore Devlin

La matematica è la scienza dei modelli

Matematico è come un **sarto**:
di fronte a nuove necessità e nuovi problemi, prova a riadattare i modelli già esistenti e, se nessun precedente modello va bene, prova a crearne uno nuovo, magari utilizzando tessuti e tecniche alternative, ma senza esser certo di raggiungere un risultato.

Un sarto universale che pensi il sapere matematico (e non solo) come un **tutt'uno** e non come ad un insieme non comunicante di settori.

Bibliografia per il progetto

Renée Descartes	Discorso sul metodo	La Nuova Italia
Foucault Michel	Sorvegliare e punire	Einaudi
Devlin Keith	Il gene della matematica	Longanesi
Wells David	Personaggi e paradossi della matematica	Mondadori

Filmografia per il progetto

Giannarelli A.	Non ho tempo	1972
Rossellini R.	Cartesius	1974

Altri libri di matematica

Aczel Amir D.	Il mistero dell'alef. La ricerca dell'infinito tra matematica e misticismo	Il Saggiatore
Hoffman Paul	L'uomo che amava solo i numeri	Mondadori